

x^2-5x を $(x-p)^2+q$ の形に直せ.

(答案)

$$x^2-5x=(x-\frac{5}{2})^2-(\frac{5}{2})^2=(x-\frac{5}{2})^2-\frac{25}{4} \dots(\text{答})$$

○ 上で解説した平方完成の変形は、 x^2 の係数が 1 になっているときに使えるので、一般の2次式 ax^2+bx+c を平方完成するためには、初めに x^2 の係数 a でくって括弧の中で x^2 の係数を 1 にして平方完成の変形を行う。

$$ax^2+bx+c=a(x^2+\frac{b}{a}x)+c$$

※ $x^2+\frac{b}{a}x$ の部分に対して、上で学んだ平方完成の変形を行う。

※ 定数項 c をいっしょに括弧でくってしまうと最後に括弧をはずして計算する必要があり、二度手間となり計算間違いしやすいので、定数項 c はそのまま置いておくのが有利…入れてから出すのなら初めから入れない方がよい。

例

$$2x^2+4x=2(x^2+2x)=2\{(x+1)^2-1\}$$

ここで外側の括弧 $\{ \dots \}$ をはずすには、係数 2 を掛けなければならないことに注意

$$2\{(x+1)^2-1\}=2(x+1)^2-2$$

例 この計算では分数になっても構わずに進める。

$$2x^2-3x=2(x^2-\frac{3}{2}x)=2\{(x-\frac{3}{4})^2-(\frac{3}{4})^2\}$$

$$=2\{(x-\frac{3}{4})^2-\frac{9}{16}\}=2(x-\frac{3}{4})^2-\frac{9}{8}$$

[例題3]

(1) $3x^2-x+1$ を $a(x-p)^2+q$ の形に直せ.

(答案)

$$3x^2-x+1=3(x^2-\frac{1}{3}x)+1=3\{(x-\frac{1}{6})^2-\frac{1}{36}\}+1$$

$$=3(x-\frac{1}{6})^2-\frac{1}{12}+1=3(x-\frac{1}{6})^2+\frac{11}{12} \dots(\text{答})$$

(2) $-2x^2+3x-5$ を $a(x-p)^2+q$ の形に直せ.

(答案)

$$-2x^2+3x-5=-2(x^2-\frac{3}{2}x)-5=-2\{(x-\frac{3}{4})^2-\frac{9}{16}\}-5$$

$$=-2(x-\frac{3}{4})^2+\frac{9}{8}-5=-2(x-\frac{3}{4})^2-\frac{31}{8} \dots(\text{答})$$

x^2 の係数でくるということは各係数を割ることなので、次の例のように分数の係数でくれば各々の係数を分数で割る

解答は $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

(2) $x^2+5x+2=(x+\frac{5}{2})^2-\frac{17}{4}$ ○○○○

採点する やり直す 解答

$$x^2+5x+2=(x+\frac{5}{2})^2-\frac{25}{4}+2=(x+\frac{5}{2})^2-\frac{17}{4}$$

解答は $\frac{5}{2}$ $\frac{17}{4}$

(3) $x^2-3x+7=(x-\frac{3}{2})^2+\frac{19}{4}$ ○○○○

採点する やり直す 解答

$$x^2-3x+7=(x-\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}+7=(x-\frac{3}{2})^2+\frac{17}{4}$$

解答は $\frac{3}{2}$ $\frac{19}{4}$

[問題3] 次の式を $a(x-p)^2+q$ の形に直せ.

(1)

$$2x^2+8x=2(x+2)^2-8$$
 ○○○

採点する やり直す 解答

$$2x^2+8x=2(x^2+4x)=2\{(x+2)^2-4\}=2(x+2)^2-8$$

解答は 2 2 8

(2)

$$3x^2-12x+10=3(x-2)^2-2$$
 ○○○

採点する やり直す 解答

$$3x^2-12x+10=3(x^2-4x)+10=3\{(x-2)^2-4\}+10=3(x-2)^2-12+10=3(x-2)^2-2$$

解答は 3 2 2

(3)

$$-2x^2+4x-7=-2(x-1)^2-5$$
 ○○○

採点する やり直す 解答

$$-2x^2+4x-7=-2(x^2-2x)-7=-2\{(x-1)^2-1\}-7=-2(x-1)^2+2-7=-2(x-1)^2-5$$

解答は -2 1 5

(4)

$$3x^2-3x+7=3(x-\frac{1}{2})^2+\frac{25}{4}$$
 ○○○○○

採点する やり直す 解答

$$3x^2-3x+7=3(x^2-x)+7=3\{(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}\}+7=3(x-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{4}+7=3(x-\frac{1}{2})^2+\frac{25}{4}$$

解答は 3 $\frac{1}{2}$ $\frac{25}{4}$

[問題4] 次の式を $a(x-p)^2+q$ の形に直せ.

(1)

$$\frac{1}{2}x^2+5x=\frac{1}{2}(x+5)^2-\frac{25}{2}$$
 ○○○○○

こと、すなわちその逆数を掛けることになる。

$$\frac{1}{2}x^2 + 3x = \frac{1}{2}(x^2 + 6x)$$

※ 展開したときに元に戻るかどうか確かめるとよい。

[例題4]

(1) $\frac{1}{3}x^2 - x$ を $a(x-p)^2 + q$ の形に直せ。

(答案)

$$\frac{1}{3}x^2 - x = \frac{1}{3}(x^2 - 3x) = \frac{1}{3}\left\{(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4}\right\}$$

$$= \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \dots (\text{答})$$

採点する

やり直す

解答

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 + 5x &= \frac{1}{2}(x^2 + 10x) \\ &= \frac{1}{2}\{(x+5)^2 - 25\} = \frac{1}{2}(x+5)^2 - \frac{25}{2} \end{aligned}$$

解答は $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{25}{2}$

(2) $-\frac{1}{3}x^2 - x + 2 = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$ ○○○○○○

採点する

やり直す

解答

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3}x^2 - x + 2 &= -\frac{1}{3}(x^2 - 3x) + 2 \\ &= -\frac{1}{3}\left\{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right\} + 2 = -\frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} + 2 \\ &= -\frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \end{aligned}$$

解答は $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{11}{4}$