==（例題対比）放物線の頂点の座標

［標準形］

○ $y=a(x-p)^2+q$ のグラフは $y=ax^2$ のグラフを x 軸の正の向きに p , y 軸の正の向きに q だけ平行移動したもので，その頂点の座標は $(p\ ,\ q)$ である． 図1→

○ 2次関数のグラフ（放物線）は左右対称になっており，この対称軸を放物線の軸という．

y 軸に平行（ x 軸に垂直 ）な直線の方程式は，$x=p$ の形で表わされるので，放物線の軸の方程式は右図のように $x=1$, $x=2$, $x=3$ などと書かれる． 図2→

放物線の軸の方程式 $x=p$ における p の値は頂点の x 座標に等しい．そこで，頂点の座標が分かれば軸の方程式も分かる．

［例題1］ 次の2次関数の軸の方程式と頂点の座標を求めよ．

(1) $y=2(x-3)^2+4$

（答案）

軸 $x=3$, 頂点 $(3\ ,\ 4)$ …（答）

(2) $y=3(x+4)^2+5$

（答案）

軸 $x=-4$, 頂点 $(-4\ ,\ 5)$ …（答）

（x 座標の符号に注意． $y=3(x-(-4))^2+5$）と読む．

(3) $y=-4(x-5)^2-6$

（答案）

軸 $x=5$, 頂点 $(5\ ,\ -6)$ …（答）

（x^2 の係数 -4 はグラフの「形」（上に凸）だけに関係しており頂点の座標には関係ない．）

(4) $y=\frac{3}{2}(x-3)^2$

（答案）

軸 $x=3$, 頂点 $(3\ ,\ 0)$ …（答）

（頂点が x 軸上にあるとき，このような式になる． $y=\frac{3}{2}(x-3)^2+0$ と読む．）

(5) $y=-\frac{2}{3}x^2+4$

（答案）

軸 $x=0$, 頂点 $(0\ ,\ 4)$ …（答）

（頂点が y 軸上にあるとき，このような式になる．
$y=-\frac{2}{3}(x-0)^2+4$ と読む．）

［問題1］ 次の2次関数の軸の方程式と頂点の座標を求めよ．

(1) $y=3(x-5)^2+2$

軸の方程式 $x=$□, 頂点の座標 (□, □)

採点する やり直す 解答

(2) $y=-3(x-2)^2+6$

軸の方程式 $x=$□, 頂点の座標 (□, □)

採点する やり直す 解答

(3) $y=4(x+3)^2+1$

軸の方程式 $x=$□, 頂点の座標 (□, □)

図1

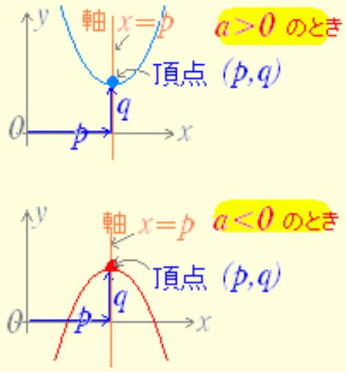
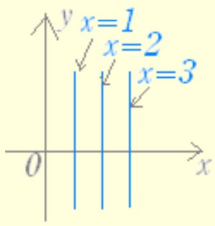


図2



※ 軸は「直線の方程式」として表わし，単に 1 や 2 とは書かずに，$x=1$, $x=2$ などと書く．

(4) $y=-\frac{1}{2}(x-\frac{3}{2})^2-\frac{5}{4}$

軸の方程式 $x=\frac{□}{□}$, 頂点の座標 $(\frac{□}{□}, -\frac{□}{□})$

採点する やり直す 解答

(5) $y=-5(x+3)^2$

軸の方程式 $x=$□, 頂点の座標 (□, □)

採点する やり直す 解答

(6) $y=-x^2-3$

軸の方程式 $x=$□, 頂点の座標 (□, □)

採点する やり直す 解答

［展開形］
２次関数が展開形で書かれているときは，これを平方完成して標準形に直せば軸の方程式，頂点の座標が分かる．

$$ax^2+bx+c=a(x^2+\frac{b}{a}x)+c$$
$$=a\{(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2}{4a^2}\}+c$$
$$=a(x+\frac{b}{2a})^2-a\frac{b^2}{4a^2}+c$$
$$=a(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

※　実際に問題を解くときには，この公式を丸暗記するのでなく，具体的な係数に応じて平方完成の変形をするとよい．（上の結果を公式として丸暗記するのは大変だから）

［例題2］ 次の2次関数の軸の方程式と頂点の座標を求めよ．

(1) $y=2x^2+4x+7$
（答案）
$y=2x^2+4x+7=2(x^2+2x)+7$
$=2\{(x+1)^2-1\}+7$
$=2(x+1)^2-2+7$
$=2(x+1)^2+5$
軸 $x=-1$，頂点 $(-1, 5)$ …（答）

［問題2］ 次の2次関数の軸の方程式と頂点の座標を求めよ．

(1) $y=3x^2-6x+4$
軸の方程式 $x=$ □，頂点の座標 (□, □)

採点する やり直す 解説

採点する やり直す 解答

(2) $y=-2x^2+8x$
軸の方程式 $x=$ □，頂点の座標 (□, □)

採点する やり直す 解説

(3) $y=-x^2-x+3$
軸の方程式 $x=-\frac{□}{□}$，頂点の座標 $(-\frac{□}{□}, \frac{□}{□})$

採点する やり直す 解説

(4) $y=-\frac{1}{2}x^2+4x$
軸の方程式 $x=$ □，頂点の座標 (□, □)

採点する やり直す 解説