

■変数分離形 微分方程式 → 携帯版

※正しい番号をクリックしてください。

※ブラウザによっては、番号枠内でやや上気味の部分が反応することがあります。

平成16年度技術士第一次試験問題[共通問題]
【数学】Ⅲ-9

微分方程式 $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^3}$ を初期条件「 $x=1$ のとき、 $y=1$ 」

のもとで解くと、その解は次のどれか。

- 1 $y = \frac{3x^2}{x^2+2}$ 2 $y = \frac{2x^2}{3x^2-1}$ 3 $y = -\frac{2x^2}{x^2-3}$
4 $y = \frac{x^2}{2x^2-1}$ 5 $y = \frac{2x^2}{x^2+1}$

HELP

変数を分離する

$$\frac{dy}{y^2} = \frac{dx}{x^3}$$

両辺を積分する

$$\int \frac{dy}{y^2} = \int \frac{dx}{x^3}$$

$$\int y^{-2} dy = \int x^{-3} dx$$

$$\frac{1}{-1} y^{-1} = \frac{1}{-2} x^{-2} + C$$

$$-\frac{1}{y} = -\frac{1}{2x^2} + C$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{2x^2} - C = \frac{1-2Cx^2}{2x^2} = \frac{1-Ax^2}{2x^2} \quad (\leftarrow 2C=A \text{ とおく})$$

$$y = \frac{2x^2}{1-Ax^2}$$

初期条件を使って、積分定数を定める。

$x=1$ のとき、 $y=1$ だから

$$1 = \frac{2}{1-A}$$

$$1-A=2$$

$$A=-1$$

以上により

$$y = \frac{2x^2}{1+x^2} \rightarrow \text{5}$$

平成18年度技術士第一次試験問題[共通問題]
【数学】Ⅲ-7

微分方程式 $\frac{dy}{dx} = -4xy$ を初期条件「 $x=1$ のとき、 $y=1$ 」

のもとで解くと、その解は次のどれか。ただし、 e は自然対数の底とする。

- 1 $y = e^x$ 2 $y = e^{2x^2}$ 3 $y = -e^{-2x^2}$
4 $y = e^{2x^2+2}$ 5 $y = e^{-2x^2+2}$

HELP

変数を分離する

$$\frac{dy}{y} = -4x dx$$

両辺を積分する

$$\int \frac{dy}{y} = - \int 4x dx$$

$$\log|y| = -2x^2 + C$$

$$|y| = e^{-2x^2+C}$$

$$y = \pm e^{-2x^2+C} = \pm e^C e^{-2x^2}$$

○この頁に登場する【問題】は、公益社団法人日本技術士会のホームページに掲載されている「技術士第一次試験過去問題 共通科目A 数学」の引用です。(=公表された著作物の引用)

○【解説】は個人の試案ですが、Web教材化にあたって「問題の転記ミス」「考え方の間違い」「プログラムの作動ミス」などが含まれる場合があります。

問題や解説についての質問等は、原著作者を煩わせることなく、当Web教材の作成者 (<浅尾>mwm48961@uniteddigital.com) に対して行ってください。

平成17年度技術士第一次試験問題[共通問題]
【数学】Ⅲ-6

微分方程式 $\frac{dy}{dx} = \frac{2(y-1)}{x}$ を初期条件「 $x=1$ のとき、 $y=0$ 」

のもとで解くと、その解は次のどれか。

- 1 $y = x-1$ 2 $y = -x+1$ 3 $y = x^2-1$
4 $y = -x^2+1$ 5 $y = x^3-1$

HELP

変数を分離する

$$\frac{dy}{y-1} = \frac{2}{x} dx$$

両辺を積分する

$$\int \frac{dy}{y-1} = \int \frac{2}{x} dx$$

$$\log|y-1| = 2\log|x| + C$$

$$\log|y-1| = \log x^2 + C = \log x^2 + \log e^C = \log x^2 e^C$$

$$|y-1| = x^2 e^C$$

$$y-1 = \pm e^C x^2$$

$\pm e^C = A$ とおく

$$y = Ax^2 + 1$$

初期条件を使って、積分定数を定める。

$x=1$ のとき、 $y=0$ だから

$$0 = A + 1$$

$$A = -1$$

以上により

$$y = -x^2 + 1 \rightarrow \text{4}$$

平成20年度技術士第一次試験問題[共通問題]
【数学】Ⅲ-8

微分方程式 $\frac{dy}{dx} = 4x(y+1)$ を初期条件「 $x=0$ のとき、 $y=0$ 」

のもとで解くと、その解は次のどれか。ただし、 e は自然対数の底である。

- 1 $y = e^{2x} - 1$ 2 $y = e^{4x} - 1$ 3 $y = e^{x^2} - 1$
4 $y = e^{2x^2} - 1$ 5 $y = e^{4x^2} - 1$

HELP

変数を分離する

$$\frac{dy}{y+1} = 4x dx$$

両辺を積分する

$$\int \frac{dy}{y+1} = \int 4x dx$$

$$\log|y+1| = 2x^2 + C$$

$$|y+1| = e^{2x^2+C}$$

$$y+1 = \pm e^{2x^2+C} = \pm e^C e^{2x^2}$$

$$\pm e^C = A \text{ とおくと}$$

$$y = Ae^{-2x^2}$$

初期条件を使って、積分定数を定める。

$x=1$ のとき、 $y=1$ だから

$$1 = Ae^{-2}$$

$$A = e^2$$

以上により

$$y = e^2 e^{-2x^2} = e^{2-2x^2} \rightarrow \boxed{5}$$

平成21年度技術士第一次試験問題[共通問題]

【数学】Ⅲ-6

微分方程式 $e^x y' = y^2$ を初期条件「 $x=0$ のとき、 $y = \frac{1}{2}$ 」

のもとで解くと、その解は次のどれか。ただし、 e は自然対数の底とする。

① $y = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ ② $y = \frac{1}{2e^x}$ ③ $y = \frac{e^x}{2}$

④ $y = \frac{1}{1+e^x}$ ⑤ $y = \frac{1}{1+e^{-x}}$



y' を $\frac{dy}{dx}$ に直す

$$e^x \frac{dy}{dx} = y^2$$

変数を分離する

$$\frac{dy}{y^2} = \frac{dx}{e^x}$$

両辺を積分する

$$\int y^{-2} dy = \int e^{-x} dx$$

$$-y^{-1} = -e^{-x} + C$$

$$-\frac{1}{y} = -\frac{1}{e^x} + C$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{e^x} - C = \frac{1 - Ce^x}{e^x}$$

$$y = \frac{e^x}{1 - Ce^x}$$

初期条件を使って、積分定数を定める。

$x=0$ のとき、 $y = \frac{1}{2}$ だから

$$\frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{1 - C}$$

$$1 - C = 2$$

$$C = -1$$

以上により

$$y = \frac{e^x}{1 + e^x} = \frac{1}{e^{-x} + 1} \rightarrow \boxed{5}$$

平成23年度技術士第一次試験問題[共通問題]

【数学】Ⅲ-4

微分方程式 $y' = y \cos x$ を初期条件「 $x=0$ のとき、 $y=1$ 」のもとで解くと、その解は次のどれか。ただし、 e は自然対数の底である。

① $y = e^{\sin x}$ ② $y = e^{\cos x}$ ③ $y = e^{\tan x}$

④ $y = e^{-\sin x}$ ⑤ $y = e^{-\cos x}$



y' を $\frac{dy}{dx}$ に直す

$$\frac{dy}{dx} = y \cos x$$

変数を分離する

$$\pm e^C = A \text{ とおくと}$$

$$y = Ae^{2x^2} - 1$$

初期条件を使って、積分定数を定める。

$x=0$ のとき、 $y=0$ だから

$$0 = A - 1$$

$$A = 1$$

以上により

$$y = e^{2x^2} - 1 \rightarrow \boxed{4}$$

平成22年度技術士第一次試験問題[共通問題]

【数学】Ⅲ-6

微分方程式 $y' = \frac{4x}{e^y}$ を初期条件「 $x=0$ のとき、 $y=0$ 」

の下で解くと、その解は次のどれか。ただし、対数は自然対数とし、 e は自然対数の底とする。

① $y = \log(x+1)$ ② $y = \log(2x+1)$ ③ $y = \log(4x+1)$

④ $y = \log(2x^2+1)$ ⑤ $y = \log(4x^2+1)$



y' を $\frac{dy}{dx}$ に直す

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4x}{e^y}$$

変数を分離する

$$e^y dy = 4x dx$$

両辺を積分する

$$\int e^y dy = \int 4x dx$$

$$e^y = 2x^2 + C$$

$$y = \log(2x^2 + C)$$

初期条件を使って、積分定数を定める。

$x=0$ のとき、 $y=0$ だから

$$0 = \log C$$

$$C = 1$$

以上により

$$y = \log(2x^2 + 1) \rightarrow \boxed{4}$$

平成24年度技術士第一次試験問題[共通問題]

【数学】Ⅲ-6

微分方程式 $y' - 3x^2 y = 0$ を初期条件「 $x=0$ のとき $y=1$ 」のもとで解くと、その解は次のどれか。ただし、 e は自然対数の底とする。

① $y = e^{x^2}$ ② $y = e^{2x^2}$ ③ $y = e^{3x^2}$

④ $y = e^{x^3}$ ⑤ $y = e^{2x^3}$



y' を $\frac{dy}{dx}$ に直す

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 y$$

変数を分離する

$$\frac{dy}{y} = \cos x \, dx$$

両辺を積分する

$$\int \frac{dy}{y} = \int \cos x \, dx$$

$$\log|y| = \sin x + C$$

$$|y| = e^{\sin x + C}$$

初期条件を使って、積分定数を定める.

$x=0$ のとき、 $y=1$ だから

$$1 = e^C$$

$$C = 0$$

以上により

$$y = e^{\sin x} \rightarrow \boxed{1}$$

$$\frac{dy}{y} = 3x^2 \, dx$$

両辺を積分する

$$\int \frac{dy}{y} = \int 3x^2 \, dx$$

$$\log|y| = x^3 + C$$

$$|y| = e^{x^3 + C} = e^C e^{x^3}$$

$$y = \pm e^C e^{x^3}$$

$A = \pm e^C$ とおくと

$$y = A e^{x^3}$$

初期条件を使って、積分定数を定める.

$x=0$ のとき、 $y=1$ だから

$$1 = A$$

以上により

$$y = e^{x^3} \rightarrow \boxed{4}$$